



چرا اتحاد؟ چرا تجزیه؟

بهزاد اسلامی مسلم

● برای اینکه راحت تر محاسبه کنیم

عبارت $a^3 + 3a^2 + 2a$ را در نظر بگیرید. اگر به جای a عدد عجیب $۱/۰۰۰۹۷۳$ را قرار دهیم، حاصل چه نوع عددی است: مثبت، صفر یا منفی؟

تجزیه و اتحاد جمله مشترک را بلدید؟ پس هیچ نگران نباشید! به جای نگرانی، نگاه کنید:

$$\begin{aligned} & a^3 + 3a^2 + 2a \\ &= a(a^2 + 3a + 2) \\ &= a(a+2)(a+1) \end{aligned}$$

حالا برای راحتی از عبارت آخر استفاده می کنیم. وقتی در $(a+1)(a+2)$ به جای a بگذاریم $۱/۰۰۰۹۷۳$ ، وضعیت این طور می شود:

● a که همان عدد $۱/۰۰۰۹۷۳$ است و منفی است.

● $a+2$ مثبت است.

● $a+1$ منفی است.

حالا در مورد حاصل ضرب این سه عدد می توانیم به راحتی قضاوت کنیم: $(a+1)(a+2)$ مثبت می شود. یعنی اگر به جای a بگذاریم $۱/۰۰۰۹۷۳$ ، حاصل $a^3 + 3a^2 + 2a$ مثبت می شود.

● برای اینکه حقایق ریاضی را کشف و اثبات کنیم

در عبارت جبری $n^2 - n$ به جای n عددهای طبیعی متفاوتی قرار می دهیم:

n	۱	۲	۳	۴	۵
$n^2 - n$	۰	۶	۲۴	۶۰	۱۲۰

همان طور که در جدول بالا می بینید، عددهای ۰، ۶، ۲۴، ۶۰ و ۱۲۰ را برای مقدار عددی عبارت جبری به دست آورده ایم. این عددها همه بر ۳ بخش پذیرند. آیا این ویژگی به ازای هر عدد طبیعی دیگر هم که به جای n قرار گیرد، برقرار است؟ مثلاً اگر در عبارت $n^2 - n$ ، به جای n عدد ۱۳۹۶ هم قرار دهیم، باز حاصل عبارت جبری $n^2 - n$ بر ۳ بخش پذیر می شود؟
تجزیه و اتحاد مزدوج را بلدید؟ پس برای پاسخ دادن به این سؤال چیزی کم ندارید! ببینید:

$$n^2 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1)$$

پس $n^2 - n$ برابر است با ضرب سه عدد پشت سر هم. این عددها عبارتند از: $n-1$ و n و $n+1$.

از هر سه عدد طبیعی پشت سر هم، یکی از آن ها بر ۳ بخش پذیر است. پس حتماً یکی از سه عدد $n-1$ و n و $n+1$ بر ۳ بخش پذیر است. پس حاصل ضربشان هم بر ۳ بخش پذیر است. یعنی $(n-1)(n+1)$ بر ۳ بخش پذیر است. در نتیجه $n^2 - n$ بر ۳ بخش پذیر است.

● برای اینکه عبارت های جبری را بهتر بشناسیم

در عبارت جبری $x^2 - 2x + 1$ به جای x می توانیم عددهای متفاوتی بگذاریم. من خودم چند عدد جای x گذاشتم و حاصل در هیچ موردی کمتر از صفر نشد! ببینید:

x	۱	۱۰	-۵	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{2}$
$x^2 - 2x + 1$	۰	۸۱	۳۶	$\frac{1}{9}$	$3 - 2\sqrt{2}$

آیا اگر عددی به جز عددهای بالا به جای x بگذارم، ممکن است حاصل منفی شود؟ یا ویژگی $x^2 - 2x + 1$ این است که حاصل آن حتماً یا صفر می شود یا مثبت؟
اتحاد مربع دو جمله ای را بلدید؟ پس می توانید به سؤال بالا پاسخ دهید! نگاه کنید:

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

در عبارت $(x-1)^2$ هر عددی که دوست دارید، جای x بگذارید. در آخر محاسبه، حاصل را به توان ۲ می رسانیم. پس حاصل منفی نمی شود (چون مجذور هیچ عددی، منفی نمی شود). پس فهمیدیم که ویژگی $x^2 - 2x + 1$ این است که حاصل آن، حتماً صفر یا مثبت می شود.

● برای اینکه معادله ها را حل کنیم

اتحاد جمله مشترک را بلدید؟ پس می توانید معادله $x^2 + 3x - 10 = 0$ را حل کنید!
اول تجزیه کنیم:

$$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$$

به ما گفته شده که $x^2 + 3x - 10 = 0$. پس $(x+5)(x-2) = 0$. ضرب دو عدد در چه صورت برابر صفر می شود؟ وقتی که یکی از آن ها صفر باشد. پس $x-2=0$ یا $x-5=0$. در نتیجه x یا ۲ است یا ۵. این دو عدد، جواب معادله مان هستند.